

**Câu 1(2 điểm).**

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = x^4 - 6x^2 + 5$

b) Tìm  $m$  để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt :  $x^4 - 6x^2 - \log_2 m = 0$  .

**Câu 2(1 điểm).**

a) Giải phương trình  $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3\tan^2 x = \frac{\cos 2x - 1}{\cos^2 x}$  .

b) Xác định tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn điều kiện

$$|z + 1| = |z - i|$$

**Câu 3(0,5 điểm).** Giải bất phương trình :  $9^{x^2-2x} - 2.3^{x^2-2x} \leq 3$ .

**Câu 4( 1 điểm).** Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 + xy + x + 3 = 0 \\ y(x+3) + x + 1 = 2\sqrt{x^2y + 2y} \end{cases}$$

**Câu 5(1 điểm).** Tính tích phân

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1)\cos^2 x dx .$$

**Câu 6(1 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA = a$ ; hình chiếu vuông góc của đỉnh  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là điểm  $H$  thuộc đoạn  $AC$ ,  $AH = \frac{AC}{4}$ . Gọi  $CM$  là đường cao của tam giác  $SAC$ . Chứng minh  $M$  là trung điểm của  $SA$  và tính thể tích khối tứ diện  $SMBC$  theo  $a$ .

**Câu 7(1 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$  cho hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích bằng 12, tâm  $I$  là giao điểm của đường thẳng  $d_1 : x - y - 3 = 0$  và  $d_2 : x + y - 6 = 0$ . Trung điểm của một cạnh là giao điểm của  $d_1$  với trục  $Ox$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

**Câu 8(1 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2 ; 1 ; 0)$  và đường thẳng

$d : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ . Viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm  $M$ , cắt và vuông góc với đường thẳng  $d$ . Tìm tọa độ của điểm  $M'$  đối xứng với  $M$  qua  $d$ .

**Câu 9(0, 5 điểm).** Có bao nhiêu cách xếp 5 người A, B, C, D, E thành một hàng ngang sao cho A và B không đứng cạnh nhau?

**Câu 10(1 điểm).** Cho  $a, b, c$  là các số thực thỏa mãn  $a + b + c = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \sqrt{4^a + 9^b + 16^c} + \sqrt{9^a + 16^b + 4^c} + \sqrt{16^a + 4^b + 9^c} .$$

## ĐÁP ÁN

### Câu 1(2,d)

a) Khảo sát  $y = x^4 - 6x^2 + 5$ . MXĐ:  $D=\mathbb{R}$

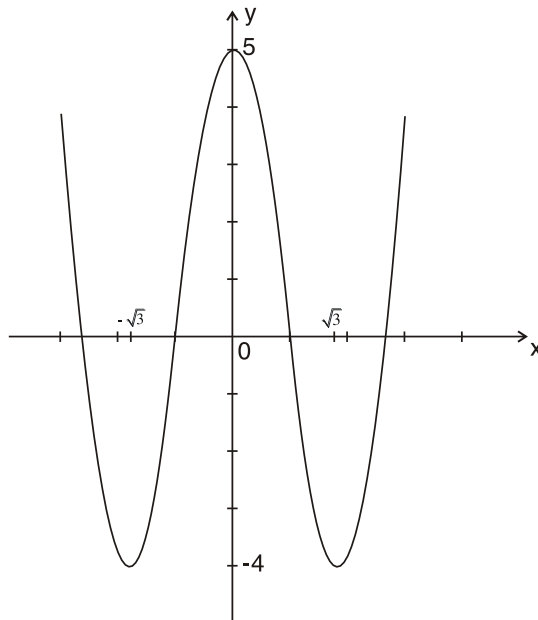
$$y' = 4x^3 - 12x = 4x(x^2 - 3), y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hay } x = \pm\sqrt{3}$$

BBT

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	$+\infty$	
y'		-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$			5			$+\infty$	

Arrows in the original image indicate the function values at the critical points:  $y \rightarrow -4$  at  $x = -\sqrt{3}$  and  $x = \sqrt{3}$ , and  $y \rightarrow 5$  at  $x = 0$ .

Đồ thị



b) Tìm  $m$  để pt  $x^4 - 6x^2 - \log_2 m = 0$  có 4 nghiệm phân biệt.

$$x^4 - 6x^2 - \log_2 m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 6x^2 + 5 = \log_2 m + 5$$

Đặt  $k = \log_2 m + 5$

Ycbt  $\Leftrightarrow$  đường thẳng  $y=k$  cắt (C) tại 4 điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow -4 < k < 5 \Leftrightarrow -4 < \log_2 m + 5 < 5$$

$$\Leftrightarrow -9 < \log_2 m < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2^9} < m < 1$$

**Câu 2.(1đ)**

a) Giải phương trình  $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3\tan^2 x = \frac{\cos 2x - 1}{\cos^2 x}$  (2)

$$(2) \Leftrightarrow -\cot x - 3\tan^2 x = \frac{-2\sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{\tan x} - \tan^2 x = 0 \Leftrightarrow \tan^3 x = -1 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

b) Giả sử  $z = x + yi$ . Ta có

$$|z + 1| = |z - i| \Leftrightarrow |x + 1 + yi| = |x + (y - 1)i| \Leftrightarrow (x + 1)^2 + y^2 = x^2 + (y - 1)^2 \Leftrightarrow y = -x$$

Trên mặt phẳng tọa độ đó là đường phân giác của góc phần tư thứ hai và thứ tư.

**Câu 3.(0,5 đ)**

. Đặt  $t = 3^{x^2 - 2x} > 0$ , (1) thành

$$t^2 - 2t - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq t \leq 3. \text{ Do đó, (1)} \Leftrightarrow -1 \leq 3^{x^2 - 2x} \leq 3 \Leftrightarrow 0 < 3^{x^2 - 2x} \leq 3^1 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{2} \leq x \leq 1 + \sqrt{2}$$

**Câu 4. (1điểm)**

HPT

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = -x^2 - x - 3 \\ xy + 3y + x + 1 = 2\sqrt{(x^2 + 2)y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = -x^2 - x - 3 \\ -x^2 - x - 3 + 3y + x + 1 = 2\sqrt{(x^2 + 2)y} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = -x^2 - x - 3 \\ 4y = x^2 + 2 + 2\sqrt{(x^2 + 2)y} + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = -x^2 - x - 3 \\ (2\sqrt{y})^2 = (\sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{y})^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = -x^2 - x - 3 \\ \begin{cases} -2\sqrt{y} = \sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{y} \\ 2\sqrt{y} = \sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{y} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = -x^2 - x - 3 \\ \sqrt{y} = \sqrt{x^2 + 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x^2 + 2) = -x^2 - x - 3 \\ y = x^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + x^2 + 3x + 3 = 0 \\ y = x^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ có hai nghiệm  $(x; y) = (2; 1/2)$  và  $(x; y) = (10; 5/2)$

**Câu 5.(1 đ)**

Tính  $I = \int_0^{\pi/2} (2x - 1)\cos^2 x dx = \int_0^{\pi/2} (2x - 1)\left(\frac{1 + \cos 2x}{2}\right) dx$

$$I_1 = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (2x - 1) dx = \frac{1}{2} [x^2 - x]_0^{\pi/2} = \frac{\pi^2}{8} - \frac{\pi}{4}$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (2x - 1)\cos 2x dx$$

$$\text{Đặt } u = \frac{1}{2}(2x - 1) \Rightarrow du = dx, dv = \cos 2x dx, \text{ chọn } v = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{1}{4}(2x - 1) \sin 2x \Big|_0^{\pi/2} - \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \sin 2x dx = \frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Do đó } I = \int_0^{\pi/2} (2x - 1) \cos^2 x = \frac{\pi^2}{8} - \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$$

### **Câu 6(1điểm)**

Ta có

$$SC = \sqrt{\frac{14a^2}{16} + \left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{32a^2}{16}} = a\sqrt{2} = AC$$

Vậy  $\Delta SCA$  cân tại C nên đường cao hạ từ C xuống  $\Delta SAC$  chính là trung điểm của SA.

$$\text{Từ M ta hạ K vuông góc với AC, nên } MK = \frac{1}{2} SH$$

$$\text{Ta có } V(S.ABC) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} a^2\right) \cdot \frac{a\sqrt{14}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{14}}{24}$$

$$\text{Nên } V(MABC) = V(MSBC) = \frac{1}{2} V(SABC) = \frac{a^3 \sqrt{14}}{48}$$

### **Câu 7(1điểm)**

Ta có:  $d_1 \cap d_2 = I$ . Toạ độ của I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ x + y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9/2 \\ y = 3/2 \end{cases} \cdot \text{Vậy } I \left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Do vai trò A, B, C, D nên giả sử M là trung điểm cạnh AD  $\Rightarrow M = d_1 \cap Ox$

Suy ra M(3; 0)

$$\text{Ta có: } AB = 2IM = 2 \sqrt{\left(3 - \frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{Theo giả thiết: } S_{ABCD} = AB \cdot AD = 12 \Leftrightarrow AD = \frac{S_{ABCD}}{AB} = \frac{12}{3\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

Vì I và M cùng thuộc đường thẳng  $d_1 \Rightarrow d_1 \perp AD$

Đường thẳng AD đi qua M (3; 0) và vuông góc với  $d_1$  nhận  $\vec{n}(1;1)$  làm VTPT nên có PT:

$$1(x - 3) + 1(y - 0) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3 = 0. \text{ Lại có: } MA = MD = \sqrt{2}$$

$$\text{Toạ độ A, D là nghiệm của hệ PT: } \begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ \sqrt{(x - 3)^2 + y^2} = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 3 \\ (x - 3)^2 + y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 3 \\ (x - 3)^2 + (3 - x)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - x \\ x - 3 = \pm 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}. \text{ Vậy } A(2; 1), D(4; -1)$$

**Câu 8(1 điểm).**

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên d, ta có MH là đường thẳng đi qua M, cắt và vuông góc với d.

$$d \text{ có phương trình tham số là: } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}$$

Vì  $H \in d$  nên tọa độ H  $(1 + 2t; -1 + t; -t)$ . Suy ra:  $\overline{MH} = (2t - 1; -2 + t; -t)$

Vì  $MH \perp d$  và d có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; 1; -1)$ , nên:

$$2.(2t - 1) + 1.(-2 + t) + (-1).(-t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}. \text{ Vì thế, } \overline{MH} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$$

$$\vec{u}_{MH} = 3\overline{MH} = (1; -4; -2)$$

Suy ra, phương trình chính tắc của đường thẳng MH là:  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$

Theo trên có  $H\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$  mà H là trung điểm của MM' nên tọa độ

$$M' \left(\frac{8}{3}; -\frac{5}{3}; -\frac{4}{3}\right)$$

**Câu 9(0,5 điểm).**

Xếp 5 người thành hàng ngang: 5! Cách

Xếp 5 người thành hàng ngang sao cho A và B kề nhau: 48 cách

Xếp 5 người thành hàng ngang sao cho A và B không kề nhau:  $120 - 48 = 72$

**Câu 10( 1 điểm).**

Cho  $a, b, c$  thỏa  $a + b + c = 3$ . Tìm GTNN của

$$M = \sqrt{4^a + 9^b + 16^c} + \sqrt{9^a + 16^b + 4^c} + \sqrt{16^a + 4^b + 9^c}.$$

$$\text{Đặt } \vec{u} = (2^a; 3^b; 4^c), \vec{v} = (2^c; 3^a; 4^b), \vec{w} = (2^b; 3^c; 4^a) \Rightarrow M = |\vec{u}| + |\vec{v}| + |\vec{w}|$$

$$M \geq |\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}| = \sqrt{(2^a + 2^b + 2^c)^2 + (3^a + 3^b + 3^c)^2 + (4^a + 4^b + 4^c)^2}$$

Theo cô - si có  $2^2 + 2^b + 2^c \geq 3\sqrt[3]{2^{a+b+c}} = 6$ . Tương tự cho hai số hạng còn lại trong căn.

Vậy  $M \geq 3\sqrt{29}$ . Dấu bằng xảy ra khi  $a = b = c = 1$ .